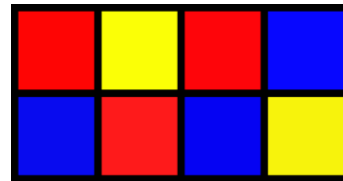
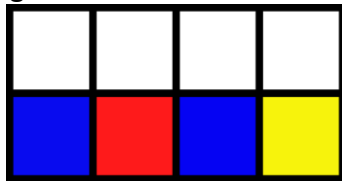


Farben im Rechteck

In einem $2 \times n$ -Rechteck soll jedes 1×1 -Quadrat gefärbt werden. Dabei sollen an den Kanten zusammenliegende Quadrate unterschiedliche Farben haben. Insgesamt gibt es drei verschiedene Farben: rot, gelb und blau. Die untere Hälfte des längsliegenden Rechtecks ist bereits gefärbt. Das linke Bild zeigt eine Vorgabe für ein 2×4 -Rechteck, das rechte eine mögliche Lösung für die obere Zeile.



Beispiel: Die untere Sequenz sei $\langle \text{blau, rot, blau, gelb} \rangle$. Dann gibt es in diesem Fall insgesamt sieben verschiedene Arten, die obere Hälfte korrekt zu färben:

$\langle \text{rot, gelb, rot, blau} \rangle$

$\langle \text{rot, blau, gelb, rot} \rangle$

$\langle \text{rot, blau, gelb, blau} \rangle$

$\langle \text{rot, blau, rot, blau} \rangle$

$\langle \text{gelb, blau, gelb, rot} \rangle$

$\langle \text{gelb, blau, gelb, blau} \rangle$

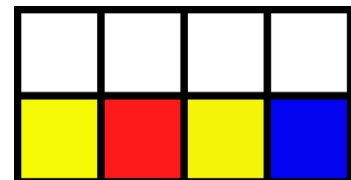
$\langle \text{gelb, blau, rot, blau} \rangle$

Quelle: 5. Informatik-Olympiade des Landes Brandenburg, 2021

Aufgaben:

- a) Geben Sie alle möglichen oberen Zeilen zu folgender Vorgabe an:

1 Punkt



- b) Erstellen Sie eine Computerlösung, die zu einer gegebenen unteren Zeile mit vier Quadraten alle möglichen oberen Zeilen bestimmt und ausgibt. 5 Punkte
- c) Erweitern Sie die Computerlösung so, dass sie alle möglichen unteren Zeilen erzeugt und jeweils die Anzahl der möglichen oberen Zeilen bestimmt und ausgibt. 3 Punkte
- d) Die Anzahl der möglichen oberen Zeilen ist abhängig vom Muster der unteren Zeile. Geben Sie zum Minimum und zum Maximum jeweils eine Regel für dieses Muster an. 2 Punkte
- e) Erstellen Sie eine Computerlösung, die Aufgabe c) für *beliebig* breite Rechtecke und drei Farben erstellt. Überprüfen Sie daran Ihre Aussage aus d). Stellen Sie eine Vermutung an für den Zusammenhang zwischen der Breite des Rechtecks und der Werte für Minimum und Maximum aus Aufgabe d). 4 Punkte

Evolution der Rucksäcke

Elsa geht auf Wanderschaft. Sie hat sich viele Dinge bereit gelegt. Alle Gegenstände wurden von ihr gewogen und der vermutete Nutzwert geschätzt. Nun entscheidet sie, welche Dinge sie einpackt (siehe Tabelle). Der Rucksackinhalt darf nicht schwerer als 10 kg werden. Der Gesamtnutzen aller eingepackten Gegenstände soll aber möglichst hoch werden.

Gegenstand	kg	Nutzen	Mitnahme?
Brot	1,5	4	j
Fön	2,2	2	n
Gitarre	3,0	1	n
Kuscheltier	1,0	1	n
Landkarte	0,1	8	j
Regenumhang	1,5	5	j
Schokolade	0,3	3	n
Taschenlampe	0,3	7	j
Wasserflasche	2,0	5	j
Wechselwäsche	2,5	2	n

Aufgaben:

- Geben Sie die Gesamtmasse und den Gesamtnutzen der von Elsa in der Tabelle ausgewählten Gegenstände an. Beachten Sie dabei, dass bei zu schwerem Rucksack der Gesamtnutzen Null ist. 1 Punkt
- Erstellen Sie eine Computerlösung, die alle Packvarianten durchprobiert und weisen Sie damit nach, dass die obige Auswahl nicht optimal ist. Geben Sie die optimale Packvariante an. 5 Punkte
- Erklären Sie, warum das Verfahren von b) bei einer großen Anzahl von Gegenständen nicht praktisch durchführbar ist. 1 Punkt
- Oft gibt man sich mit einer Lösung in der Nähe des Optimums zufrieden. Dazu werden mehrere zufällige Packvarianten erzeugt und die beste von diesen ausgewählt. Erstellen Sie dafür eine weitere Computerlösung. 5 Punkte

Ein evolutionärer Algorithmus beginnt mit einer „Population“ aus n zufälligen „Individuen“. Als Individuum betrachten wir hier eine Packvariante. Als „Fitness“ bezeichnen wir hier den Gesamtnutzen der Packvariante. Die Mitnahmeentscheidungen einer Packvariante bilden das „Genom“ aus den Zeichen ‚j‘ und ‚n‘. Der Algorithmus ahmt genetische Prozesse nach:

- „Mutation“: Ein zufälliges Zeichen eines Genoms wird geändert.
- „Kreuzung“: Die Genome zweier „Eltern“ werden miteinander „gekreuzt“. Dafür wird ein zufällig langer Teil des ersten Genoms in das Genom des „Kindes“ übernommen und mit den restlichen Zeichen aus dem zweiten Genom aufgefüllt (siehe Beispiel rechts).
- „Selektion“: Individuen mit der geringsten Fitness werden aus der Population entfernt. So bleibt die Populationsgröße trotz Erzeugung neuer Individuen konstant.

Elter A:	j j j j j j j j j j
Elter B:	n n n n n n n n n n
Kind:	j j j j j j n n n n

Nach mehreren Durchläufen („Generationen“) von Mutationen, Kreuzungen und Selektionen sollte sich ein Genom mit hoher, aber nicht notwendig optimaler Fitness durchsetzen.

- e) Erstellen Sie eine Computerlösung, die Mutationen und Kreuzungen zufällig ausgewählter Individuen erzeugt. 6 Punkte
- f) Ergänzen Sie die Computerlösung so, dass sie den Vorgang der Selektion realisiert. 4 Punkte
- g) Ergänzen Sie die Computerlösung so, dass sie eine von Ihnen festzulegende Anzahl von Generationen durchläuft. Die Computerlösung soll zudem in der Lage sein, die Daten beliebig vieler Gegenstände einzulesen, die jeweils aus den beiden Angaben kg und Nutzen bestehen (siehe Vorgabedatei `input.txt`). 5 Punkte
- h) Untersuchen Sie mithilfe der Computerlösung den Einfluss der Anzahl der Individuen und der Anzahl der Generationen auf die Häufigkeit des Auffindens der optimalen Packvariante. Fassen Sie Ihre Ergebnisse schriftlich zusammen. 2 Punkte
- i) Formulieren Sie mindestens einen Verbesserungsvorschlag, wie das Finden einer guten Packvariante beschleunigt werden kann. 1 Punkt