

Der Plinsprinz

Prinz Wilhelm vor den Toren ist nicht verwandt mit dem englischen Königshaus. Er wird der Plinsprinz genannt, denn er isst gern Plinsen.¹ Nun geraten alle Plinsen unterschiedlich groß. Ein Stapel von Plinsen sieht unordentlich aus, wenn größere Plinsen über kleineren liegen. Deshalb möchte Wilhelm gern einen geordneten Stapel von Plinsen serviert bekommen.



Zum Umordnen schiebt man einen Pfannenwender unter eine bestimmte Plinse und dreht dann alle auf dem Pfannenwender liegenden Plinsen zusammen um (siehe Bild). Im Beispiel entsteht durch Wenden des Stapels über der zweituntersten Plinse ein geordneter Stapel.

Jede Plinsengröße kann durch eine natürliche Zahl dargestellt werden. Aus Bequemlichkeit werden die Plinsengrößen in der Reihenfolge von unten nach oben nebeneinander geschrieben. Die vorderste Zahl gibt die Größe der untersten Plinse an. Das Zeichen ^ markiert die Position des Pfannenwenders.

vorher:	[6	5	1	2	3
	4]				
			^		
nachher:	[6	5	4	3	2
	1]				

Aufgaben:

- Geben Sie eine Schrittfolge an, mit welcher der Plinsenstapel [3 1 4 2] geordnet werden kann. 2 Punkte
- Weisen Sie nach, dass ein Plinsenstapel aus genau drei verschiedenen großen Plinsen in maximal drei Wendungen geordnet werden kann. 2 Punkte
- Formulieren Sie einen Algorithmus, der einen gegebenen Plinsenstapel aus n Plinsen ordnet. 4 Punkte
- Setzen Sie den in c) gefundenen Algorithmus in einer Computerlösung um. 5 Punkte
- Geben Sie an, wie viele Wendungen der in d) umgesetzte Algorithmus für den Plinsenstapel [1 4 2 3] benötigt. 1 Punkt
- Zeigen Sie unter Angabe aller notwendigen Zwischenschritte, dass sich der Plinsenstapel [1 4 2 3] in nur drei Wendungen ordnen lässt. 1 Punkt

¹ Sächsische Plinsen heißen anderswo Eierkuchen oder Palatschinken (tsch. palačinka, ung. palacsinta, russ. bliny, frz. crêpes). In einigen Gegenden werden sie als Pfannkuchen (engl. pancakes) bezeichnet, während die kugelige, sächsisch Pfannkuchen genannte Speise dort Berliner heißt. John F. Kennedy erntete begeisterten Zuspruch für sein 1961 geäußertes Bekenntnis: "Ich bin ein Berliner."

Für einen gegebenen Plinsenstapel gibt es eine minimal erforderliche Zahl von Wendungen.

- g) Modifizieren Sie Ihre Computerlösung so, dass sie zuverlässig die Minimalzahl von Wendungen für einen gegebenen Stapel findet. 8 Punkte

Die für alle ungeordneten Stapel aus genau n Plinsen maximal erforderliche Minimalzahl von Wendungen wird Plinsenzahl $P(n)$ genannt. Für beliebige Plinsenstapel der Höhe 4 sind maximal vier Wendungen erforderlich. In seiner einzigen wissenschaftlichen Veröffentlichung hat der Microsoft-Gründer Bill Gates Unter- und Obergrenzen für $P(n)$ gefunden. In späteren Arbeiten wurden die Grenzen auf $\frac{15}{14} \cdot n - 1$ und $\frac{18}{11} \cdot n - 1$ eingeschränkt.

Quellen: https://en.wikipedia.org/wiki/Pancake_sorting,
William H. Gates, Christos Papadimitriou: Bounds for Sorting by Prefix Reversal. (1979)

- h) Erweitern Sie Ihre Computerlösung in folgender Weise: Erzeugen Sie alle möglichen Anordnungen von n Plinsen in einem Stapel. Bestimmen Sie die Plinsenzahl $P(n)$, mit der jede beliebige Anordnung von n Plinsen geordnet werden kann. 5 Punkte
- i) Begründen Sie, warum leider bisher noch niemand Plinsenzahlen $P(n)$ für $n \geq 20$ kennt. 2 Punkte

Sollten Sie weitere Plinsenzahlen finden, schreiben Sie darüber einen wissenschaftlichen Artikel und werden Sie berühmt, indem Sie Ihre gefundenen Werte in die Online-Enzyklopädie der Ganzzahlfolgen eintragen lassen.

Quelle: *Online Encyclopedia of Integer Sequences, Nr. A058986*
<https://oeis.org/A058986>